

ОТЗЫВ

официального оппонента Кучера Николая Алексеевича

на диссертацию Токаревой Маргариты Андреевны

“Корректность начально-краевых задач для уравнений фильтрации в пороупругих средах”, представленную на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности

01.01.02-дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Диссертационная работа Токаревой М. А. посвящается качественному анализу систем дифференциальных уравнений, моделирующих движение жидкости в деформируемой пористой среде. Процессам фильтрации жидкостей в пористых средах посвящена обширная литература. При этом в рассматриваемых задачах, как правило, возникают отличительные характеристики, которые делают невозможным единый подход к моделированию этих процессов. Все эти модели являются весьма сложными как с теоретической точки зрения, так и в отношении их использования для решения конкретных прикладных задач. На сегодняшний день основная масса работ, посвященных задачам теории фильтрации исходит из того, что твердый скелет не подвижен и не может деформироваться. Модель фильтрации Маскета-Лeverетта - типичный представитель такого класса моделей. Анализ корректности начально-краевых задач фильтрации многофазных жидкостей в недеформируемых пористых средах проведен в семидесятых-восемидесятых годах прошлого столетия и наиболее полные результаты в этой области получены В.Н. Монаховым и С.Н. Антонцевым. Вопросам качественного анализа краевых задач для систем уравнений типа двухфазной фильтрации (постановки задач, вопросы разрешимости, обоснование приближенных методов) посвящены работы Г.В. Алексеева, Н.В. Хуснутдиновой, С.Н. Кружкова, А.В. Доманского, А.А. Папина.

Математический анализ моделей фильтрации в деформируемых пористых средах находится, по существу, в стадии становления и строгие

математические результаты в этой области представлены только в нескольких работах, посвященных проблемам существования и единственности решений таких задач. Таким образом, актуальность диссертационной темы М.А. Токаревой обусловлена важностью, как в теоретическом, так и в прикладном плане, исследований в области фильтрации в пороупругих средах.

Диссертационная работа Токаревой М.А. состоит из введения, трех глав, заключения и списка цитированной литературы. Полный объем текста составляет 104 страницы.

Во введении представлен краткий обзор по теме диссертации, приведена схема построения замкнутой системы дифференциальных уравнений движения жидкости в пороупругой среде, обоснована актуальность темы диссертации и сформулированы цели исследования, его научная новизна, методы исследования, теоретическая и практическая значимость, положения, выносимые на защиту. В первой главе, состоящей из 4 параграфов, изучается задача об одномерном нестационарном изотермическом движении жидкости в пороупругой среде. В случае сжимаемой жидкости доказано существование и единственность локального по времени классического решения в гильбертовских классах функций, а для несжимаемой жидкости - теорема существования классического решения в целом по времени. Основным приемом, обеспечивающий успех доказательств указанных утверждений (и широко используемый в других разделах диссертации) состоит в переходе к лагранжевым координатам, связанным с полем скоростей твердой фазы. Однородные граничные условия обеспечивают сохранение геометрии области течения, а исходные дифференциальные уравнения принимают более простой вид. Вторая глава посвящается изучению свойств решений одномерных задач фильтрации вязкой несжимаемой жидкости в пористой среде, обладающей преимущественно упругими свойствами. Доказано, что решение обладает свойством конечности скорости распространения возмущений, а также доказана

теорема о стабилизации решения за конечное время. Заключительная третья глава посвящается исследованию специальных моделей фильтрации несжимаемой жидкости в вязкоупругой среде. Так в параграфе 3.1 доказана глобальная по времени теорема о существовании автомодельного решения типа бегущей волны задачи о нестационарном одномерном движении вязкой несжимаемой жидкости в вязкоупругой пористой среде. В §3.2 рассматривается двумерная задача фильтрации в тонком пороупругом слое в линейном приближении, для которой построено решение в квадратурах. В §3.3 изложен пример моделирования тающего ледяного покрова на основе уравнений движения вязкой жидкости в вязкоупругой пористой среде с учетом фазовых переходов.

Все основные результаты диссертации являются новыми и своевременно опубликованы в работах автора. Содержание автореферата соответствует основным положениям, рассмотренным в диссертации и выносимым соискателем на защиту. Результаты диссертационной работы Токаревой М.А., ее научные положения и выводы являются достоверными и обоснованными. Достоверность представленных результатов подтверждена приведенными строгими доказательствами.

Вместе с тем диссертация не лишена ряда недостатков. Основной минус вижу в том, что изложение материала первой главы, где содержатся главные результаты диссертации о существовании и единственности, могло быть методически более зрелым. Имею в виду следующее:

1. Постановки задач о существовании и единственности формулируются в физических (эйлеровых) переменных и в этих же переменных даны формулировки теорем существования (теорема 1.1.1 - стр. 17, теорема 1.2.1 - стр. 29; теорема 1.4.1 - стр. 42; теорема 1.4.2 - стр. 43). С другой стороны доказательства всех указанных выше теорем начинаются с процедуры перехода к лагранжевым переменным и "обезразмеривания" задачи. Сами процедуры перехода к лагранжевым координатам в разных теоремах мало отличаются одна от другой и могли быть

унифицированным образом изложены один раз и в одном месте. Обойден молчанием вопрос о том, можно ли после рассуждений в лагранжевых переменных вернуться к исходным физическим? Сохранится ли гладкость полученных решений при переходе к эйлеровым переменным?

2. Теорема 1.1.1, теорема 1.2.1, теорема 1.4.1, теорема 1.4.2 содержат перечень условий на коэффициенты фильтрации, коэффициент объемной вязкости и т.д. и при этом не уточняется каким реальным средам (если таковые имеются) эти условия соответствуют.
3. При доказательстве всех теорем существования используется теорема Тихонова-Шаудера о неподвижной точке, но нигде нет четкого описания действия оператора, неподвижная точка которого ищется. Это можно понять только глубоко вникнув в детали доказательств.
4. Имеется ряд мелких неточностей и опечаток. Так на стр. 8 в предпоследней формуле знак "+" должен быть заменен на "-". На стр. 9 истинная плотность ρ_s твердой фазы почему-то названа "горной породой". На стр. 99 ссылка на источник [37] не корректна.
5. Некоторые разделы диссертации написаны очень кратко и схематично. Например, завершающий этап доказательства теоремы существования (стр. 55) выглядит так "Далее используем теорию эллиптических уравнений для функции z , изложенную в [21]". [21] - это монография О.А. Ладыженской "Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа" объемом в 736 страниц.

Указанные замечания не отражаются на общей положительной оценке диссертации. Ясно также, что указанные недостатки носят по существу оформительский характер. Принимая во внимание актуальность темы, оригинальность и научную значимость полученных результатов, считаю, что диссертация «Корректность начально-краевых задач для уравнений фильтрации в пороупругих средах» удовлетворяет требованиям "Положения о порядке присуждения ученых степеней", утвержденного Постановлением

Правительства РФ от 24.09.2013г. N 842, а ее автор, Токарева Маргарита Андреевна, заслуживает присуждение ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - "Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление".

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02 -

дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление;

профессор, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кемеровский государственный университет», профессор кафедры фундаментальной математики;

адрес: 650000, г. Кемерово, пр-кт Советский, 73, корпус №2. Тел.:

89235056139

Эл. почта: nakucher@rambler.ru



Кучер Николай Алексеевич

Подпись Кучера Н.А. заверю:

зав. канцелярией

